

NÉMETH ANDRÁS

Hírpiacok szimulációja

Hírtőzsdén olyan, általában elektronikus piacot értünk, ahol különféle jövőbeli eseményekre lehet fogadni. Mint azt már több vizsgálat is megmutatta, ezek a játéktőzsdék alkalmasak arra, hogy a résztvevők rendelkezésére álló elszórt részinformációkat összegyűjtsék, egyetlen árfolyammá alakítsák (információaggregáció), és ezzel előre jelezzék az eseményeket. Jelen tanulmány célja e hírtőzsdék és szereplőinek modellezése, valamint az információaggregáció vizsgálata. Ennek érdekében felépítünk egy modellt, amely leírja a piaci szereplők gondolkodását és viselkedését, majd szimulációkat futtatunk, amelyekben a modell alapján megépített ágensek kereskednek. Az így kapott eredmények egyrészt igazolják a modellek érvényességét, másrészt felhívják a figyelmet néhány, az információaggregáció működésével kapcsolatos érdekességre.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D44, D83, G14.

2003 júliusában híre ment a világban, hogy a Pentagon olyan határidős piacot szándékozik megnyitni, ahol jövőbeli terrorcselekményekre lehet fogadni. És bár e piac (*Policy Analysis Market*) valójában a Közel-Kelet társadalmi, gazdasági és politikai fejlődésének előrejelzésére szolgált volna (*Klarreich* [2003]), végül politikai nyomásra leállították a programot (*Nincs több terrorfogadás...* [2003]). Ahogy *Varian* [2003] az esetet kommentálta: „Jó ötlet volt, amivel a rossz PR végzett.” De vajon tényleg jó ötlet-e fogadási piacokat előrejelzésre használni?

Az egyik legismertebb példa erre az Iowa Electronic Markets (*Surowiecki* [2003]), ami 1988 óta működik. Ezen az elektronikus piacon választási eredményekre lehet fogadni hírrészvények vásárlásával és eladásával. A részvények árfolyama pedig előre jelzi a választások eredményét. Méghozzá az esetek jelentős részében pontosabban, mint az országos felmérések, pedig a piac szereplői egy szűk, nem reprezentatív rétegből kerülnek ki.

Egy másik ilyen példa a Hollywood Stock Exchange (*Prediction market* [2004]). Mint a nevéből is sejthető, itt különféle filmekkel kapcsolatos eseményekre lehet fogadni: díjak, nézettség, árbevétel. Az előrejelzések helyességét mutatja például, hogy ez a piac 2002-ben 40 Oscar-jelölt közül 35-öt eltalált.

De nem csak speciálisan erre a célra kialakított piacok adhatnak értékes információkat

* Ezúton szeretnék köszönetet mondani *Mihályi Dávid*nak, amiért felhívta figyelmem a témára, legfőképp pedig *Dr. Telcs András*nak, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem docensének, határtalan türelméért, belém vetett bizalmáért, és értékes tanácsaiért.

A tanulmányban felhasznált szimuláció forráskódja letölthető a <http://hirpiac.szerver.org/> weboldalról.

(Gross [2003]). 1986-ban, nem sokkal a Challenger felrobbanása után a Wall Street már „megmondta”, hogy ki a felelős a katasztrófáért. A Morton Thiokol árfolyama feltűnően többet esett, mint az úrsíkló három másik építője, beszállítója. Végül egy szakértői bizottság – 5 hónappal az eset után – megállapította a cég felelősségét.

A hírtőzsde meghatározása és irodalma

Definíció. Az említett fogadási piacokra sokféle elnevezést használnak: *prediction market*, *betting market*, *futures market*, *decision market*, *information market*. Az egyetlen közös bennük a *piac*, egyébként mindegyik másra helyezi a hangsúlyt. Ebben a tanulmányban a továbbiakban hírpiaac vagy hírtőzsde néven hivatkozunk erre a fajta piacra. Egyszerűen azért, mert a kereskedés (jövőbeli) hírekkel folyik rajta.

De mi is az a hírtőzsde pontosan? Egy nyílt dupla aukció fogadási ügyletekre. Nyílt, mert az ajánlatok nyilvánosak, azaz mindegyik piaci szereplő láthatja őket. És dupla, mert vételi és eladási ajánlatokat egyaránt lehet tenni. A fogadási ügylet pedig egy olyan megállapodás, ahol pontosan meghatározott, hogy mi dönti el a fogadást, és mennyi pénzt kap a győztes, viszont egyik fél sincs nevesítve. Ez utóbbi miatt lehet velük kereskedni.

Egy példa. Tegyük fel, hogy A fogad B -vel, hogy egy bizonyos X esemény az év végéig be fog következni. Mondjuk A feltesz rá 500, B pedig ellene 100 forintot. Ezt beteszik egy kalapba, és megegyeznek, hogy az kapja a teljes összeget, akinek igaza lesz. Mindkettőn kapnak egy-egy papírt (ezek a hírtőzsde részvényei), amelyek igazolják, hogy joguk van a 600 forintra, ha a papírra írt esemény bekövetkezik.

Mire lehet következtetni ebből a fogadásból? Egyrészt A 500 forintot volt hajlandó fizetni egy olyan fogadásért, amin 600 forintot nyerhet. Tegyük fel egy pillanatra, hogy A kockázatmentesen – azaz csak a nyeresége várható értéke érdekli, hogy ez mekkora kockázatot jelent, az nem –, és jelöljük p_A -val, hogy szerinte mennyi a valószínűsége, hogy megnyeri a fogadást. Ekkor igaz, hogy $500 = 600p_A + 0(1 - p_A)$, amiből $p_A = 5/6$. Másrészt B 100 forintot fizetett ugyanennek a fogadásnak az ellenkező oldaláért, amiből kiszámítható, hogy $p_B = 1/6$.

Azt kell észrevenni, hogy mind a két szám ugyanazt jelenti. A szerint $5/6$ a valószínűsége, hogy a fogadás mögötti esemény bekövetkezik, B szerint pedig $1/6$ a valószínűsége, hogy nem. Tehát a *piac* szerint az esemény bekövetkezésének valószínűsége $5/6$. Így jelez előre a hírtőzsde.

Irodalom I. A piac legfőbb funkciója. Bár a hírtőzsde viszonylag új találmány, egyáltalán nem előzmény nélküli a gondolat, hogy a piac képes összegyűjteni a szétszórt információkat. Hayek [1945], [1968], [1974] több írásában is arra keresett magyarázatot, hogy miként képes a piac bármiféle központi irányítás nélkül Pareto-hatékony erőforrás-elosztásra. Végül a következőkre jutott.

Egyrészt a gazdaságban azok a térben és időben korlátozottan érvényes ismeretek, amelyekről csak az egyes szereplők tudnak (hol éppen egy gépet üzemeltetnek rosszul, ki pedig nincs épp a neki megfelelő munkakörben, ...), legalább olyan fontosak, mint a tudományos felfedezések és technológiai újítások. Másrészt az árrendszer pont ezt a kezelhetetlen mennyiségű információt szűri meg, és továbbítja oly módon, hogy csak a lényeges (milyen áruból mennyire van szükség) marad meg belőle, miközben a lényegtelen (miért van ez így) nem.

Hayek szerint tehát a piac azáltal képes a hatékony erőforrás-allokációra, hogy aggregálja a gazdaság milliányi szereplőjének egyéni ismereteit. Sőt, egyenesen azt írta, hogy „a

piacnak nevezett kommunikációs rendszer a szétszórt információk megemésztésében hatékonyabb mechanizmusnak bizonyul, mint bármely ember által tervezett mechanizmus.” (Hayek [1974] 321. o.) Ehhez képest a hírtőzsde csak annyiban tér el a piacoktól általában, hogy az információaggregáció nemcsak eszköze, hanem célja is.

Irodalom II. A hírtőzsdék elemzése. Pennock és szerzőtársai [2000] két internetes hírpiacon vizsgálták meg: a Hollywood Stock Exchange-et (HSX) és a Foresight Exchange-et (FX). Az előbbiről már esett szó a bevezetőben, az utóbbin pedig tudományos, technikai és egyéb, a jövőben esedékes eseményekre lehet fogadni.

A szokványos fogadások estében a két fél bead a közösbe valamennyi (általában nem ugyanannyi) pénzt, és attól függően, hogy ki nyeri meg a fogadást, a teljes összeget valamelyikük viszi el. Ez a hírpiacon úgy jelenik meg, hogy az egyik az adott eseményre vesz egy hírrészvényt (valamilyen 0 és 100 közötti p áron), a másik pedig az ellentétes eseményre (100 – p áron), így bekerült a közösbe 100 egység pénz. Ha bekövetkezik az esemény, a neki megfelelő részvény 100-at fog érni, a másik 0-t. Ha nem következik be, akkor pont fordítva. Így a fogadás révén közösbe került 100 egység pénzt vagy az egyik, vagy a másik fél viszi el.

Pennock és szerzőtársai azonban felvetnek egy másik fajta kifizetési rendszert is. Ha például egy választás százalékos eredményére kell fogadni, akkor meg lehet tenni, hogy a részvények lejáratakor nem bináris kifizetést alkalmazunk (amikor csak 0-t és 100-at lehet kapni), hanem a választás tényleges eredményének megfelelően adunk az igenre fogadónak annyit, ahány százalék igen volt, és a nemre szavazónak annyit, ahány százalék nem. Mivel egy fogadásra így is összesen 100 egység kifizetés jut, ezért a rendszer többi részén (például az ellentétes oldali fogadások árfolyamán) nem kell változtatni.

Az arbitrázsmentesség vizsgálatára többféle eszközt is fölvetnek. Az egyik a *put-call* paritás, amely azonban csak olyan hírpiacon alkalmazható, ahol vannak opciók (a HSX ilyen). Egy másik pedig az arbitrázslehetőségek záródásának mérése, azaz annak vizsgálata, hogy piaci árnál alacsonyabb ajánlatok nőnek-e, illetve a magasabbak csökkennek-e.

A hatékonyság mérésére a jóslási eredmények és a valóság összevetését használják. Nem bináris kifizetés esetén az összehasonlítás egyszerűen úgy történhet, hogy vesznek sok esetet, ahol már megtörtént a kitűzött esemény, és korrelációt számolnak az árfolyam és a bekövetkezett százalékos eredmény között. Bináris kifizetés esetén előbb rangsorolást alkalmaznak: a lezárt részvényeket árfolyamuk szerint sorba rendezik, és valahány csoportot képeznek belőlük. Ezek után az egyes csoportok átlagárát és a csoporton belüli részvények relatív bekövetkezési hányadát vetik össze.

Irodalom III. Az információaggregáció mérése. Plott és szerzőtársai [2003] egy olyan fogadási rendszert próbáltak ki emberek részvételével, amelyben szabályozták a szereplők rendelkezésére álló releváns információkat, hogy azok aggregációját mérni tudják. A játékosoknak hat állapotról kellett eldönteniük, hogy melyik fog bekövetkezni. Előre rögzítve volt, hogy melyik, de ezt természetesen senki sem tudta.

Az egyik változatban a játékosoknak annyit mondtak, hogy melyik néhány állapot *nem* fog bekövetkezni. Hogy konkrétan kinek mit mondtak, véletlenszerű volt. Így külön-külön senki sem lehetett biztos a végkimenetelben, de a piac egészének elegendő információ állt a rendelkezésére, hogy biztosan tudjon dönteni.

Az adagolás másik változatában mintákat kaptak az emberek, amely mintákba az egyes állapotok akkora valószínűséggel kerültek be, amekkorával ténylegesen bekövetkeztek (hiszen az egymás utáni lefutásokban nem ugyanaz az állapot volt végig). Ezt a valós életbe átültetve úgy is lehet értelmezni, hogy az emberek megfigyelik a korábbi bekövetkezési valószínűségeket, és ebből következtetnek.

Plott és szerzőtársai nagy érdeme az információaggregáció közvetlen mérése volt. Egy rendszer információaggregáló képességét az mutatja meg, hogy mennyire ad ahhoz hasonló jóslatokat, mint egy olyan rendszer, ahol ugyanaz az információmennyiség már eleve központosítva (azaz tökéletesen aggregálva) rendelkezésre áll. Ez utóbbit nevezik AIA-nak (*Aggregated Information Available*), és egyszerűen az összes információ együttes felhasználásával előállítható jóslatot jelenti.

Fontos, hogy az AIA-t és ne a valóságot tekintsük bázispontnak, hiszen azt „jogosan” megkövetelhetjük egy rendszertől, hogy az AIA szintjét elérje, azt nem, hogy mindig pontos előrejelzést adjon. Az AIA egy eloszlás (melyik állapot mekkora valószínűséggel következik be), így a tőle való távolságot például Würtz-távolsággal¹ mérhetjük.

Önmagában e távolság mértéke nem jelent sokat: vagy a paramétereiktől való függését kell vizsgálni, vagy összevetni más rendszerek jóslataival. Ez utóbbira több lehetőség is van, számunkra azonban csak a DTPI (*Decision Theory Private Information*) elnevezésű a fontos. Ennek lényege, hogy kereskedés nélkül mindenki megmondja mire tippel, és ezeket átlagoljuk.

Irodalom IV. A közgazdaságtan és pszichológia. Daniel Kahneman és Amos Tversky több vizsgálata (*Foundations of behavioral...* [2002]) is arra irányult, hogy bizonytalan döntési helyzetekben vajon hogyan viselkednek az emberek. Mivel célunk a hírtőzsdén fogadásokat kötő emberek modellezése, felhasználhatjuk következtetéseiket.

Az egyik megfigyelés a kis számok törvénye (*law of small numbers*) (Tversky–Kahnemann [1971]), amit formálisan úgy fogalmazhatunk meg, hogy ha X_i független,

azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata μ várható értékkel, akkor $P(|\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n - \mu}| > \epsilon)$

nem tart 0-hoz, ahogy n tart végtelenhez, hanem egy állandó értéket vesz fel. Ez persze csak az emberek (nem tudatos) percepciójában van így, a valóságban – a nagy számok törvényének megfelelően – a fenti valószínűség nullához tart. Ez többek közt azt jelenti, hogy az emberek kis mintákból is ugyanolyan erős következtetéseket vonnak le, mint nagyközből, hiszen nem látják, hogy egy kis minta esetén sokkal nagyobb a valószínűsége, hogy a valóság eltér attól, amit a minta mutat, mint nagy minta esetén.

Egy másik fontos megállapítás az, hogy az emberek a befektetési döntéseik meghozatalakor sokkal inkább a vagyonuk lehetséges változását értékelik, és nem a befektetés utáni végállapotot. Persze ha egy embert hasonlítunk össze két döntési helyzetben, akkor a két megközelítés között nincs különbség, ha viszont két embert hasonlítunk össze ugyanazzal a befektetési lehetőséggel szemben, akkor már világos a különbség. Ha csak a vagyont vizsgálnánk, akkor a két embernek ugyanúgy kellene viselkednie. Ez azonban nem így van, és ennek oka az, hogy nem a vagyonuk, hanem annak változása határozza meg a döntésüket.

Egy további tényező a nyereségek és veszteségek, azaz a pozitív és negatív vagyonváltások közti különbség. Egyrészt az emberek számára a veszteségek nagyobb kárt jelentenek, mint amennyi hasznot a nyereségek. A Kahnemann–Tversky-szerzőpáros kísérletei szerint valamekkora veszteséget körülbelül kétszer akkora nyereség egyensúlyoz ki. Másrészt a veszteségek terén az emberek nemhogy kockázatellenesek, de inkább kockázatkedvelők.

Kahnemann–Tversky [1979] ezekből a megfigyelésekből állították fel a lehetőségelméletet (*prospect theory*), amelynek lényege a következő. Van két cselekedetünk (befektetési lehetőségünk, részvényünk, ...): A és B . Ha A -t választjuk, p_i valószínűséggel lesz w_i a

¹ $1/2 \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|$ ahol p_i, q_i a két eloszlás (Würtz [1997]).

vagyonunk, ha B -t, akkor pedig q_i valószínűséggel (i megy 1-től n -ig). A lehetőségelmélet szerint az emberek akkor választják A -t B -vel szemben, ha

$$\sum_{i=1}^n \pi(p_i) v(\Delta w_i) > \sum_{i=1}^n \pi(q_i) v(\Delta w_i).$$

Ennek három fontos eleme van: Δw_i , $v(\cdot)$ és $\pi(\cdot)$. A legelső a vagyon megváltozása, azaz a befektetés utáni és előtti vagyon különbsége. A második az értékfüggvény (*value function*), amelynek meredeksége és konvexitása is eltér az értelmezési tartomány (vagyonváltozás) pozitív és negatív részén. A harmadik pedig a döntési súlyfüggvény (*decision-weight function*), amely a valószínűségeket torzítja el úgy, hogy az eredmény összhangban legyen a kísérletekben megfigyelttel. Ennek megfelelően a kis valószínűségeket megnöveli, a nagyokat pedig lecsökkenti.

A piaci környezet modellezése

A tőzsde

Részvények. Klasszikusan egy fogadásnak két résztvevője van, akik közül az egyik nyer, a másik veszít. Ennek egy lehetséges átültetése a hírtőzsdére az, hogy a két fogadó fél vesz egy részvény–ellenrészvény párt összesen 100 egység pénzért. A fogadás tárgyának megtett esemény bekövetkeztekor (illetve be nem következtek) a közösen befizetett pénzt valamilyen arányban felosztják a részvény és az ellenrészvény között. Így egyrészt már nincs is szükség az eredeti fogadó felekre (hiszen a papírok után fizetnek, amelyeket bárki megvehetett), másrészt a rendszer nullszaldós (állandó összegű), azaz a tőzsde üzemeltetője semmilyen kockázatot nem vállal.

Világos, hogy ebben a rendszerben egy részvény és egy ellenrészvény árfolyamának az összege pontosan 100, hiszen a fogadó feleknek pontosan ennyit kell befizetniük (azaz összesen ennyiért lehet megvenni a részvény–ellenrészvény párt). Másrészt a részvények és ellenrészvények mindig párban keletkeznek és tűnnek el, így lehetséges abból a teljeseleg semleges pontból indítani a rendszert, ahol mindenkinek csak pénze van.

Már csak azt kell tisztázni, hogy a fogadás lejáratakor milyen kifizetés jár a részvény, illetve az ellenrészvény után, azon túl, hogy összesen 100. Azt kell végiggondolni, hogy a cél a jövő előre jelezése árfolyamok segítségével.

Ha a fogadás például egy A esemény bekövetkezésére vonatkozik, akkor bináris kifizetést kell alkalmazni: ha az esemény bekövetkezik, a részvény fizet 100-at, az ellenrészvény 0-t, ha pedig nem, akkor pont fordítva. Világos, hogy ekkor – ha a piac kellően hatékony, és minden információ beépül az árakba – a részvény árfolyamának az esemény bekövetkezési valószínűségével kell megegyeznie (százalékban mérve). Hiszen ha az A esemény p valószínűséggel következik be (legalábbis a piac szerint), akkor a hozzá tartozó részvény várható kifizetése $100p$. Egy hatékony piacon azonban a részvény árfolyamának is ennyinek kell lennie.

De nem minden esemény bináris kimenetelű. Mi van például egy népszavazás százalékos eredményével? Nevezzük a szavazásra vonatkozó részvényt IGEN részvénynek, az ellenrészvényt pedig NEM részvénynek. Legyen az IGEN részvény lejáratkori kifizetése annyi, ahány százalék igen lett a szavazás eredménye, és a NEM részvényé annyi, ahány százalék nem (az érvényes szavazatokon belül). Az előbbi gondolatmenetet alkalmazva látható, hogy az IGEN részvény árfolyama ahhoz fog közelíteni, amit a piac „gondol” az igenek várható arányáról. Tehát ilyen kifizetést alkalmazva az árfolyam előre jelzi a szavazás százalékos kimenetelét.

Tranzakciók. Mivel egy piaci szereplő számára nincs különbség aközött, hogy új fogadást köt valakivel, vagy pedig átveszi valakinek az ugyanilyen pozícióját (azaz *régi* fogadást köt), ezért célszerű úgy felépíteni a rendszert, hogy a szereplők számára átlátszó legyen.

Egy másik egyszerűsítés, amit megteszünk a következő. Ha valaki vesz egy részvényt, majd a hozzátartozó ellenrészvényből is egyet (azonos árfolyamon), akkor bármi is történik, a részvénytár lejáratakor mindenképp 100 egység pénzt kap a két papír után. Éppen ezért – a nagyobb likviditás és az egyszerűség érdekében – a két ellentétes pozíciót a lejárat helyett már most (az ellentét létrejöttkor) lezárjuk, azaz a részvény–ellenrészvény párt megszüntetjük, és a 100 egység biztos kifizetést odaadjuk a szereplőnek. Ennek az a következménye, hogy egy részvény vétele megegyezik egy ellenrészvény eladásával, tehát egy szereplő egy eseményhez vagy csak részvényt, vagy csak ellenrészvényt tarthat.

Most már leírhatjuk a kereskedés menetét. A piaci szereplő kiválaszt egy részvényt, és megmondja, hogy hányat akar belőle eladni vagy venni, és milyen minimális vagy maximális áron. Ha nincs részvénye, és eladni akar, akkor az nyilván ellenrészvény vásárlását jelenti, de ez – mint az előbb már láttuk – nem számít. Időnként hibás döntések is előfordulnak, akár csak az életben.

A beérkező tranzakciót a rendszer összeveti a már korábban beérkezett és félretett megbízásokkal. Ha van köztük olyan, amivel összepárosítható, akkor kiválasztja azt, amelyiknek legjobb az ára, és amilyen mértékben lehetséges, kölcsönösen kielégíti a két megbízást. Ha a friss megbízás bővebb volt a réginél, amivel párosította a rendszer, akkor a régi (és már kielégített) megbízás törlődik, és a frisshez egy másik párt keres a rendszer. Ez egészen addig folytatódik, amíg vagy az új megrendelés merül ki, vagy nem lehet már hozzá illőt találni. Az utóbbi esetben a tranzakció maradéka bekerül a félretett megbízások listájába. Annak érdekében, hogy ez a lista ne nőjön a végtelenségig, és ne legyen tele aktualitásukat veszített megbízásokkal, bizonyos időnként automatikusan töröljük.

A szereplők adottságai

Induló portfólió. Mint fentebb leírtuk, az itt megvalósított hírtőzsdén a részvények a „semiből” keletkeznek. Ezért legjobb, ha kezdetben a piaci szereplők csak pénzzel rendelkeznek, hiszen ez az egyetlen igazán semleges pozíció.

Előzetes információk. Ahhoz, hogy mérni tudjuk az információaggregációt, arra van szükség, hogy a piaci szereplőket valamilyen előzetes információkkal lássuk el, hiszen így vizsgálható, hogy ez a szétszórt információ beépül-e (és milyen mértékben) a részvények árába. Használjuk *Plot és szerzőtársai* [2003] két beállítását.

Az egyik esetben egy eseményünk van, kettőnél több lehetséges kimenettel (rendeljük minden állapothoz egy bináris kifizetésű részvényt). A szimulációk során már előre eldöntjük, hogy melyik kimenetel fog bekövetkezni, de ezt a piaci szereplők nem tudják. Ezek után minden ágenssel közöljük kimenetelek egy halmazát, ami biztosan *nem* fog bekövetkezni. Hogy ez a halmaz mekkora, és melyek az elemei, az egyrészt a véletlentől, másrészt bizonyos paraméterektől függ.

A másik beállításban egy népszavazás eredményét próbáljuk megjósolni. Ennek megfelelően arányos kifizetést alkalmazunk, azaz a részvény lejáratkor annyit ér, amennyi az igének aránya, az ellenrészvény pedig annyit, amennyi a nemeké. A szimulációkban előre meg van határozva, hogy a teljes népességnek milyen arányban van egyáltalán véleménye („biztos szavazók”), és hogy ezen belül hány százalék mond igent (a többiek

– vélemény híján – el sem mennek szavazni). Az információközlés itt úgy történik, hogy minden ágensnek sorsolunk egy véletlen méretű véletlen mintát a teljes populációból, és a játékos ebből próbál következtetni a majdani eredményre.

A piaci szereplők modellezése

Elsődleges valószínűségek

Egy intelligens ágens a döntéseihez leképezi az őt körülvevő világot. Mivel jelen esetben eseményekkel (és a rájuk vonatkozó fogadásokkal) kapcsolatban kell döntenie, ezért viselkedését az határozza meg, hogy ezen eseményekről milyen elképzelési vannak. Ezt jeleníti meg az *elsődleges valószínűség*, ami azt fejezi ki, hogy egy ágens mennyire tartja valószínűnek, hogy az adott esemény (illetve egy esemény adott kimenetele) bekövetkezik: $p_1 = \hat{p}_{\text{beköv.}}$.

Ez a változó a legfontosabb közvetítő az információaggregációban. A szereplők az előzetes információik alapján kialakítják az elsődleges valószínűségeiket, tehát a „piac tudása” valójában ezekben jelenik meg. Mivel a játékosok ezek alapján kereskednek, ezért az elsődleges valószínűségek kihatnak a részvények árfolyamára. Másrészt az árfolyamokat a játékosok megfigyelik, és figyelembe veszik, így ezek visszahatnak az elsődleges valószínűségekre. Ez a kölcsönhatás eredményezi azt, hogy az információk fokozatosan beépülnek az árakba.

Felmerülhet a kérdés, hogy arányos részvény esetén mit jelent az elsődleges valószínűség. Az az értelmezés, hogy egy bekövetkezési valószínűség becslése, nyilván nem állja meg a helyét. Hiszen itt nem egy esemény bekövetkezése és be nem következése közül kell választani, hanem egy százalékos eredményt kell kitalálni. Ennek megfelelően tekintsük az elsődleges valószínűséget a kérdéses eredmény becslésének: $p_1 = \hat{\rho}$.

Ezzel az interpretációval lehetségessé válik, hogy egy-két eset kivételével a bináris és az arányos részvények esetét együtt tárgyaljuk. Hiszen mindig igaz, hogy az elsődleges valószínűség egy olyan értéknek a becslése, amelyet pontosan nem ismerünk, és amit a hírtőzsde segítségével szeretnénk előre jelezni.

Másodlagos valószínűségek

Láthattuk, hogy a játékosok a külvilágról szerzett információik alapján elsődleges valószínűségeket alakítanak ki. Mivel ezeket a valószínűségeket nemcsak a döntéseikhez használják fel, hanem ezekről is döntenek, szükség van egy változóra, ami megmondja, hogy miként viszonyuljanak hozzájuk. Ez a változó az úgynevezett *másodlagos valószínűség*.

Ahogy az elsődleges valószínűség azt fejezi ki, hogy az ágens mennyire tart biztosnak egy eseményt (illetve kimenetelt), úgy a másodlagos valószínűség pedig azt, hogy mennyire tart biztosnak egy elsődleges valószínűséget. Ha a modellbe még többedleges valószínűségeket is beleépítenénk (ennek feltehetően nem sok gyakorlati jelentősége lenne), akkor foglalkozhatnánk azzal, hogy miként változik a másodlagos valószínűség. Így azonban azt is feltételezzük, hogy a kezdeti (előzetes információkra alapozott) beállítás után ez egy konstans érték. Bár megkérdőjelezhető, hogy ez mennyire valóságos, nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy minden modell leegyszerűsíti azt, amit leír.

Az elsődleges valószínűségek változása

Most, hogy ismerjük az elsődleges valószínűségek változását szabályozó paramétert, rátérhetünk arra, hogy hogyan történik ez a változás. A képlet egyszerű: $p'_1 = p_2 p_1 + (1 - p_2) pr$, ahol p'_1 az új, változás utáni elsődleges valószínűség, p_1 és p_2 a régi elsődleges és a mindenkori másodlagos valószínűség, pr pedig a szóban forgó részvény aktuális árfolyama. Világos, hogy ez egy súlyozott átlag képlete, azaz az új elsődleges valószínűség a régi és az árfolyam súlyozott átlaga, ahol a súly a másodlagos valószínűség.

És a képlet értelmezése sem nehéz. p_1 azt fejezi ki, hogy egy adott kimenetelt a szereplő mennyire tart valószínűnek. Ha ebben az értékben teljesen biztos (azaz $p_2 = 1$ közelében van), akkor nem változtat ezen a vélekedésén: $p'_1 = p_1$. Minél bizonytalanabb azonban a szereplő, annál inkább hajlamos arra, hogy p_1 -en változtasson. Arról már esett szó, hogy ez a változtatás miért éppen az árfolyam (pr) alapján történik. Ha sokan gondolják úgy, hogy egy kimenetel nagyon valószínű, akkor nagy lesz a hozzá tartozó részvény kereslete (illetve, ami ezzel ekvivalens: az ellenrészvénynek a kínálata), ezért az árfolyama magas lesz. Ha pedig sokan tartják valószínűtlennek, akkor alacsony lesz az árfolyam. Ezért egy bizonytalan szereplő számára jó útmutató a piac, azaz az árfolyam.

Ugyanez mondható el arányos részvény esetében is. Ekkor persze p_1 nem valamely kimenetel valószínűségét, hanem egy arányt becsül meg. De egy bizonytalan (vagy alulinformált) szereplőt az árfolyam itt is a jó irányba mozdít: amíg a részvény ára kisebb, mint a piac szerinti várható kifizetése, addig venni fogják, ezzel növelve az árat az egyensúlyig.

A kis számok törvényének alkalmazása

A már korábban leírt kis számok törvényének az előzetes információadagolás során van jelentősége arányos részvény esetén. Itt ugyanis a játékosok (kis) mintát vesznek a környezetükből, és ebből következtetnek a teljes lakosságon belüli arányokra. A kis számok törvénye teszi lehetővé, hogy ez a következtetés mindössze annyiból álljon, hogy $\rho_{\text{teljes}} = \rho_{\text{minta}}$. Mivel az elsődleges valószínűség ennek az aránynak a szereplő szerinti becslése, ezért $p_1 = \hat{\rho}_{\text{teljes}} = \hat{\rho}_{\text{minta}} = \rho_{\text{minta}}$.

A lehetőségelmélet alkalmazása

Térjünk át most arra, hogy a szereplők hogyan és milyen döntéseket hoznak. A klasszikus várható hasznosságon alapuló döntéelmélet helyett alkalmazzuk Kahneman és Tversky lehetőségelméletét a hírtőzsde szereplőire.

Vagyonváltozás. Először is, a szereplők nem annak alapján döntenek, hogy egy bizonyos akciójuk után mennyi lesz a vagyonuk, hanem hogy mennyivel változik meg. Jelöljük ezt a változást Δw -vel!

Egy bináris részvény megvásárlásakor:

$$\Delta w = \begin{cases} 100 - pr & \text{ha a részvényhez tartozó kimenetel következik be} \\ -pr & \text{ha nem} \end{cases}$$

ahol pr a részvény árfolyama.

Egy arányos kifizetésű részvény megvásárlásakor pedig $\Delta w = \rho - pr$, ahol ρ az a sokasági arány, amire a (részvény által megtestesített) fogadás szól. Ez esetben, mivel az

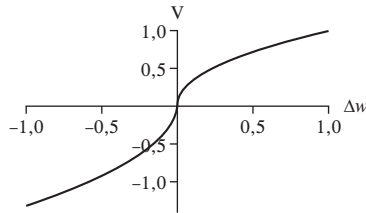
ágens a döntés meghozatalakor még nem ismeri p -t, helyette a részvényhez tartozó elsődleges valószínűségét használhatja (hiszen ez az ő p -ra vonatkozó becslése). Tehát $\Delta\hat{w} = \hat{p} - pr = p_1 - pr$, ahol p_1 a szereplőknek a részvényhez tartozó elsődleges valószínűsége.

Értékfüggvény. Az ágens a különböző akcióihoz tartozó vagyonszám változásokat értékeli, és ez alapján dönt. A vagyonszám változáshoz az értékfüggvény rendel értéket. Kahnemanék vizsgálataiból kiderül, hogy az értékfüggvénynek milyen tulajdonságokkal kell rendelkeznie: pozitív vagyonszám változásokra konvex, negatívokra konkáv, a negatív értelmezési tartományon meredekebb, mint a pozitívon, és adott veszteséget kétszer akkora nyereséget tud kiegyensúlyozni.

Természetesen végtelen sok függvény létezik, ami ezeknek az előírásoknak (kiegészítve folytonossággal, deriválhatósággal, monoton növekedéssel) megfelel. Ahhoz, hogy az ágens végül is ki tudják számítani az optimális döntésüket, szükség van egy teljesen konkrét értékfüggvényre. Legyen ez például az 1. ábrán látható függvény!

$$v(\Delta w) = \begin{cases} \sqrt{\Delta w} & \text{ha } \Delta w \geq 0 \\ -\sqrt{-2\Delta w} & \text{ha } \Delta w < 0 \end{cases}$$

1. ábra
Értékfüggvény



Döntési súlyfüggvény. A következtetési rendszer utolsó eleme a döntési súlyfüggvény, amely az események tényleges valószínűségéhez szubjektív súlyokat rendel. Kahnemanék kutatásai alapján ez a függvény a következő tulajdonságokkal rendelkezik: monoton növekvő [$\pi'(p) > 0$, minden $0 \leq p \leq 1$ -re], értelmes peremfeltételek [$\pi(0) = 0$ és $\pi(1) = 1$], p kis értékére túlsúlyozás [$\pi(p) > p$, minden $p < \delta_1$ -re], p kis értékére szubadditivitás [$\pi(\lambda p) > \lambda \pi(p)$, minden $p < \delta_2$ és $0 < \lambda < 1$ -re], szubbiztos [$\pi(p) + \pi(1 - p) < 1$, minden $0 < p < 1$ -re] és szubarányosság [$\frac{\pi(pq)}{\pi(p)} \leq \frac{\pi(pqr)}{\pi(pr)}$, minden $0 < p, q, r \leq 1$ -re].

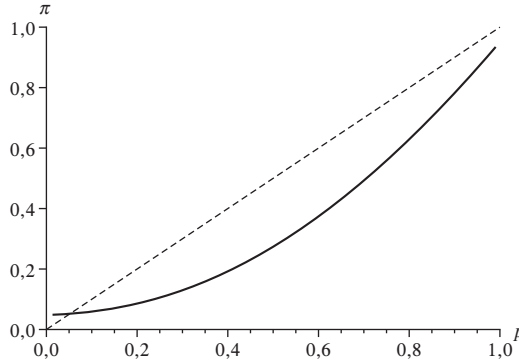
Látható, hogy ez a függvény nem lehet folytonos, a két végpontnál megtörik. Ez azzal magyarázható, hogy az emberek éles határt húznak a biztos és a nagy valószínűségű, illetve a lehetetlen és a kis valószínűségű események közé. Van egy szint, ami fölött (illetve alatt) nem érzékelik a bizonytalanságot. Ennek megfelelően így lehetne pontosítani a fenti követelményrendszert: $\pi(p) = 0$, minden $0 \leq p < \varepsilon$ -ra, és $\pi(p) = 1$, minden $1 - \varepsilon < p \leq 1$ -re, illetve folytonosság, és a többi felsorolt tulajdonság minden $\varepsilon \leq p \leq 1 - \varepsilon$ -ra, ahol ε valamilyen kis pozitív érték.

Az értékfüggvényhez hasonlóan itt is szabadon választhatunk egy konkrét függvényt az adott korlátok között. Legyen ez a 2. ábrán látható függvény:

$$\pi(p) = \begin{cases} 0 & \text{ha } 0 \leq p < \varepsilon \\ \alpha + (1 - 2\alpha)p^2 & \text{ha } \varepsilon \leq p \leq 1 - \varepsilon \\ 1 & \text{ha } 1 - \varepsilon < p \leq 1, \end{cases}$$

ahol α valamilyen kis pozitív paraméter.

2. ábra
Döntési súlyfüggvény



A döntéshozatal

Hogyan dönt ezek után egy szereplő a lehetőségelmélet szerint? Legyen egy döntés eredménye p_i valószínűséggel Δw_i vagyonváltozás ($1 \leq i \leq n$ -re). Ekkor a szereplő a döntéshez a $\sum_{i=1}^n \pi(p_i)v(\Delta w_i)$ értéket rendeli. A lehetséges döntések közül pedig azt választja, amelyekre ez maximális. A hírtőzsdére alkalmazva ezt a modellt, minden döntési helyzetben elméletileg az összes lehetséges portfóliót (pontosabban portfólióváltoztatást) értékelni kellene. Ez azonban fölöslegesen és túlzottan lelassítaná a szimulációt, ezért daraboljuk szét a döntést.

Több bináris részvény esetén egy piaci szereplő egy időben csak egyféle részvényt vesz, vagy ad el. Csak azt kell eldöntenie, hogy melyikből vegyen, vagy eladjon, és hogy mennyit. Hogy milyen áron, az nem kérdés, hiszen az elsődleges valószínűsége (p_1) pontosan azt fejezi ki, hogy ő mennyire értékeli az adott részvényt.

Az egyszerűség (és gyorsaság) kedvéért egy időben csak egy darabot vesz, vagy ad el, így már csak véges (és kis) számú lehetőséget kell megnéznie. Tehát minden részvényre értékeli a vételt: $\pi(p_1)v(100 - pr) + \pi(1 - p_1)v(-pr)$, valamint az eladást: $\pi(p_1)v(pr - 100) + \pi(1 - p_1)v(pr)$, ahol p_1 az elsődleges valószínűség, pr pedig az árfolyam.

Felmerülhet, hogy egy részvény eladása miért nem jelent pr biztos bevételt. Ennek az az oka, hogy minden esetben a döntés alternatív költségét kell figyelembe venni. Tehát nem csak azt, hogy mennyit kapunk, ha eladjuk a részvényt, hanem azt is, hogy mennyit kaptunk volna, ha nem adjuk el. Ez még nyilvánvalóbbá válik, ha belegondolunk, hogy egy részvény eladása ekvivalens egy ellenrészvény megvételével. Hiszen mindkettő azt fejezi ki, hogy a részvény mögött álló esemény ellen fogadunk.

Ha a piaci szereplő vesz egy ellenrészvényt, az $100 - pr$ biztos költséget jelent, hiszen

ennyi az árfolyama. Ha a háttéresemény bekövetkezik (p_1 valószínűséggel), akkor az ellenrészvény nem fizet semmit, tehát az összes nettó bevétel $pr - 100$. Ha pedig nem következik be ($1 - p_1$ valószínűséggel), akkor az ellenrészvény kifizetése 100, így a teljes nettó bevétel $100 - (100 - pr) = pr$. Jól látható, hogy pontosan ezt írtuk fel a részvényeladás esetére. Hasonló érvelés mondható el a részvényvásárlás-ellenrészvény-eladás ekvivalenciájára, ami újfent igazolja azt a korábban már említett egyszerűsítésket, hogy csak kétféle tranzakciót különböztetünk meg.

Egy arányos részvény esetén egészen más a helyzet. Itt csak egyetlen részvényünk van, tehát a játékosoknak arról kell dönteniük, hogy mennyit vesznek vagy adnak el ebből a részvényből. Mint tudjuk, a részvény kifizetése ρ , azaz egy részvény megvétele $\Delta w = \rho - pr$ vagyonszámhoz vezet. Csakhogy ρ a kereskedés során ismeretlen, pontosabban egy valószínűségi változó.

Mindössze annyit tudunk róla, hogy a játékos ρ -ra vonatkozó becslése p_1 , és hogy p_2 a valószínűsége annak (legalábbis az ágens szerint), hogy ez a becslés helyes. Tehát ρ eloszlása olyan, hogy p_2 valószínűséggel p_1 , $(1 - p_2)$ valószínűséggel pedig más az értéke.²

Precízen leírva, a döntési feladat a következő. A játékos döntési változója n , ennyi részvényt (negatív n esetén ellenrészvényt) fog venni. A játékos úgy választja meg n -et, hogy a $\pi[\text{Prob}\{\rho = x\}]v[n(x - pr)]$ értékek (ρ minden lehetséges x megvalósulására képzett) összege maximális legyen, azaz

$$\max_n \int_0^{100} \pi[f_\rho(x)]v[n(x - pr)]dx, \quad (1)$$

ahol f_ρ a ρ sűrűségfüggvénye.

Mivel ρ -nak sem az eloszlását, sem a sűrűségfüggvényét nem ismerjük, két dolgot tehetünk. Az egyik, hogy választunk egy „bonyolult” eloszlást, és azzal számolunk. Ennek nagy hátránya, hogy jelentősen lelassítja a szimulációt, miközben nincsen igazán meggyőzően megindokolva. A másik pedig, hogy egyszerűsítünk.

Korábban azt láttuk, hogy a játékos p_2 mértékben megbízik a saját elképzeléseiben, viszont $(1 - p_2)$ mértékben inkább a piacot tartja mérvadónak. Ezt úgy ültethetjük át erre a helyzetre, hogy azt mondjuk: a ρ p_2 valószínűséggel p_1 , $(1 - p_2)$ valószínűséggel pedig pr . Ezzel az (1) integrálos képlet meglehetősen egyszerű formát ölt: $\max_n \pi(p_2)v[n(p_1 - pr)]$, amit egészen $\max_n n(p_1 - pr)$ képletig redukálhatunk.

Ha $p_1 > pr$, azaz a szereplő többre értékeli a részvényt, mint a piac, akkor n lehető legnagyobb értéke az optimális, tehát minél többet kell venni. Ha pedig $p_1 < pr$, azaz a szereplő kevesebbre értékeli a részvényt, mint a piac, akkor n lehető legkisebb értéke az optimális, tehát minél többet kell eladni. Ez a döntési stratégia persze teljesen triviális és logikus, legfeljebb az a meglepő, hogy egyáltalán nem használja fel a lehetőségelmélet tanulságait, miközben abból vezették le.

Meg kell jegyeznünk, ha az eredeti integrált egyszerűsítés nélkül $x = pr$ értéknél ketté fel bontjuk, akkor egy n -ben csökkenő, és egy n -ben növekvő függvényt kapunk. Minél nagyobb pr , annál inkább az első, n -ben csökkenő tag lesz a meghatározó a célfüggvényben, azaz annál inkább érdemes eladni. Hasonlóképpen, minél kisebb pr , annál inkább érdemes venni. Tehát biztos, hogy más eloszlással sem jutottunk volna nagyon eltérő következtetésekre.

² Valójában $\hat{\rho}$, azaz a játékos ρ -ra vonatkozó becslésének ilyen az eloszlása. A továbbiakban ettől a megkülönböztetéstől eltekintünk, hiszen végig egyértelmű, hogy miről van szó.

A paraméterek

A modellben természetesen számtalan exogén változó (paraméter) van. Valójában annyira sok, hogy egy részüket egyszerűen rögzíteni fogjuk, és nem vizsgáljuk a hatásukat.³ Már csak azért sem, mert ha mégis megtennénk, valószínűleg nem vezetne nagy tanulságokhoz. Az elsődleges és másodlagos valószínűségek meghatározásába egy ponton van beleszólásunk: a kereskedés legelején. Azt ugyanis még nem mondtuk meg, hogy milyen p_1 és p_2 értékekkel indulnak a piaci szereplők.

Több bináris részvény esetén véletlenszerűen kiválasztunk néhány embert, akikkel ezután véletlenszerűen közlünk bizonyos információkat. Ők lesznek az „*okosak*”.

Az első paraméterünk az *okosak* aránya, azaz, hogy az ágensnek mekkora részének mondunk valamit az általunk már ismert, de a piac számára még ismeretlen kimenetelről. Várható, hogy minél magasabb ez az arány, annál inkább bekövetkezik az információ-aggregáció, hiszen annál több információ épül be az árakba. Igaz, annál kevésbé használható előrejelzésre, mivel amit mindenki tud, azon nincs mit megjósolni.

A másik paraméter pedig azt szabályozza, hogy mennyire legyenek *okosak* ezek a kiválasztott játékosok. Ez konkrétan úgy történik, hogy az n részvény (azaz n kimenetel) közül kiválasztunk k olyat, amiről tudjuk, hogy nem fog nyerni (azaz nem fog bekövetkezni). Ezek után minden egyes *okos* ágensnek véletlenszerűen kiválasztunk néhányat ebből a k -ból, amire megmondjuk nekik, hogy biztosan veszíteni fog. Ez azt jelenti, hogy összességében a piaccal k részvényről közöltünk információt, és ez a k a második paraméter. Az *okos* ágensnek viszont különböző mértékben lesznek jól informáltak, attól függően, hogy a k részvényből hányról tudnak valamit. Így majd lehet vizsgálni az okosság, és a meggazdagodás közti összefüggést.

A „buta” ágensnek nem tudnak semmi biztosat a piacról, ezért teljesen véletlenszerű, hogy mit hisznek. Azaz minden részvényre $q_1 \sim U[0, 100]$, és ebből a normalizált valószínűségek: $p_1 = 100 \frac{q_1}{\sum q_1}$. Mivel tisztában vannak azzal, hogy ezek a vélekedések eléggé megalapozatlanok, ezért hajlandók a piacot is figyelembe venni, tehát $p_2 = 50$.

Az *okos* ágensnek egészen más helyzetben vannak. Néhány részvényről tudják, hogy mindenképpen vesztesek ($p_1 = 0$), és ebben az információban teljesen meg is bíznak ($p_2 = 100$). A többi részvényről ugyanúgy nincs információjuk, mint a *butáknak*, ezért ezekről ugyanúgy véletlenszerű, hogy mit gondolnak: $q_1 \sim U[0, 100]$, ahonnan a normalizált valószínűségek: $p_1 = 100 \frac{q_1}{\sum q_1}$. És persze ezen részvények esetén az *okos* ágensnek is hallgatnak a piacra: $p_2 = 50$.

Egy arányos részvény esetén szintén két paramétert használunk. Az egyik a lakosságon belül a biztos szavazók arányát adja meg, azaz, hogy hány embernek van egyáltalán véleménye az adott kérdésben. A másik pedig azt, hogy közülük hány százalék mond *igent*.

Az előzetes információk közlése ezek után úgy történik, hogy minden játékosnak választunk egy véletlenszerű méretű véletlen mintát. Ez a játékos környezete – azaz velük áll olyan szoros kapcsolatban, hogy (szerinte) megbízhatóan ismeri a véleményüket. Nyilván minél több biztos szavazó van ebben a mintában, annál inkább úgy gondolhatja a játékos, hogy van elképzelése a teljes lakosságról. Ennek megfelelően a másodlagos valószínűségét (amiből most csak egy van) úgy állítja be, hogy $p_2 = \rho_{\text{biztos}}$. A mintában

³ Ezeket lásd a forráskódban: <http://hirpiac.szerver.org/>.

található igenek aránya pedig (ami a kis számok törvénye alapján közelítően megegyezik a teljes populáción belüli aránnyal) meghatározza az elsődleges valószínűséget: $p_1 = \rho_{igen}$.

Van egy (mindkét információadagolásnál közös) szabályozandó paraméter is, az idő. Mivel a hírpiac az arbitrázslehetőségek megszűnése, az árak konvergenciája, az információaggregáció mind időben történő folyamatok, ezért szükséges, hogy ne csak vég-, hanem köztes állapotokat is mérjünk.

A vizsgált kérdések

Az exogén változók után térjünk át az endogén változókra! Ezek értékeit mérjük a szimulációk során, és ábrázoljuk a paraméterek függvényében.

Ha a piac *arbitrázsmentes*, akkor semmilyen pluszinformációval sem érhetünk el több-lehasznot, mert ezek az információk egyből beépülnek az árakba, így mindenki számára ismertté válnak. Több bináris részvény esetén a többlettudás abból származik, hogy az *okosoknak* megmondtuk néhány részvényről, hogy vesztes lesz. Egy arányos részvény esetén pedig az egyéni minták mérete alapján érdemes csoportosítani a piaci szereplőket, hiszen ez szabja meg a rendelkezésükre álló információ mennyiségét.

A piac *hatékony*ságát nemcsak az arbitrázsmentesség ellenőrzésével mérhetjük, hanem az árak vizsgálatával is. Hiszen, ha a piac hatékony, az árak a tényleges bekövetkezési valószínűségeket adják. Több bináris részvény esetén tudjuk, hogy az 5. részvény fog bekövetkezni, a többi pedig nem, tehát ezt a várakozásunkat kell összehasonlítani az árfolyamokkal. Egy arányos részvény esetén pedig egyszerűen az *igen* szavazatok arányában ábrázolhatjuk az árfolyamot. Minél hatékonyabb a piac, annál közelebb van az árfolyam az *igenek* arányához.

A „szánszalom” (*long-shot bias*)⁴ egy lóversenyeken megfigyelt jelenség (*Hodges és szerzőtársai* [2002]), és azt jelenti, hogy az emberek elfogultak a gyakran vesztesek mellett és az általában győztesekkel szemben. Többen fogadnak rossz lovakra, mint amennyi logikus lenne, és kevesebben a biztos befutókra. Több bináris részvény esetén ez azt jelenti, hogy a győztes (5.) részvény árfolyama kisebb, mint 100, a többié pedig nagyobb, mint 0. Egy arányos részvény esetén pedig az árfolyam és az *igenek* arányának különbsége mutatja meg ezt a torzítást. Ha az *igenek* aránya kicsi, a különbség (várhatóan) pozitív, ha nagy, akkor meg negatív.

A piac *likviditása* azért fontos, mert e nélkül nem megy végbe az információk aggregációja. Ezt lehet mérni egyrészt a naponta végrehajtott tranzakciók számával vagy volumenével. Másrészt azzal, hogy a játékosok mennyit tartanak az egyes részvényekből.

Az *információaggregációt* *Plott és szerzőtársai* [2003] nyomán az árfolyamok és az AIA (tehát az összes rendelkezésre álló részinformációból számított áreloslás), illetve az árfolyamok és a valóság összevetésével mérjük.

Eredmények több bináris részvény esetére

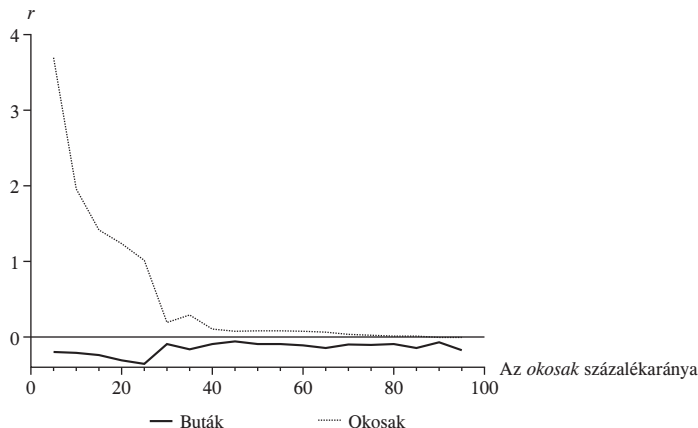
Arbitrázsmentesség

Elsőként tehát vizsgáljuk meg, hogy a többlettudás előnyt jelent-e ezen a szimulált hírtőzsdén! Mint arról már esett szó, a piaci szereplőket az alapján különítettük el, hogy hány részvényről kaptak információt. Ez 0-tól 4-ig terjedhet, attól függően, hogy az

⁴ Szó szerint: elfogultság egy merész tipp (jelen esetben a vesztesre fogadás) mellett.

3. ábra

Átlagos hozam (r) az *okosak* arányának függvényében (1-es okosság esetén)



okosság paraméter éppen mekkora. A 3. és 4. ábrán egységes jelölést használunk: folytonos vonal jelöli a *butákat* (akiknek semmilyen pluszinformációjuk nincs), és a pontozott, illetve szaggatott vonal jelöli a különböző informáltságú *okosakat*.

A legegyszerűbb eset, amikor csak egy részvényről közlünk információt néhány résztvevővel. Ekkor a játékosok átlagos hozamát az *okosak* arányának függvényében a 3. ábrán láthatjuk. Ami egyértelműen látszik a grafikon alapján: a piac nem tökéletes, különben nem lenne különbség az *okosak* és a *buták* között.

Kérdés, hogy miért nem akkora az *okosak* nyeresége, mint amekkora a *buták* vesztesége. Ennek a kézenfekvő oka az, hogy – legalábbis amíg kicsi az *okosak* aránya – kevés *okos* osztozkodik sok *buta* pénzén. Nem véletlen, hogy az *okosak* arányának növelésével csökken a különbség. De az *okosak* arányának növelésével a nyereség is csökken, ami azt mutatja, hogy fokozatosan arbitrázsmertessé válik a piac. Azt mondhatjuk, hogy 40 százalék *okos* tudása már olyan gyorsan épül be az árakba, hogy nincs idő a meggazdagodásra.

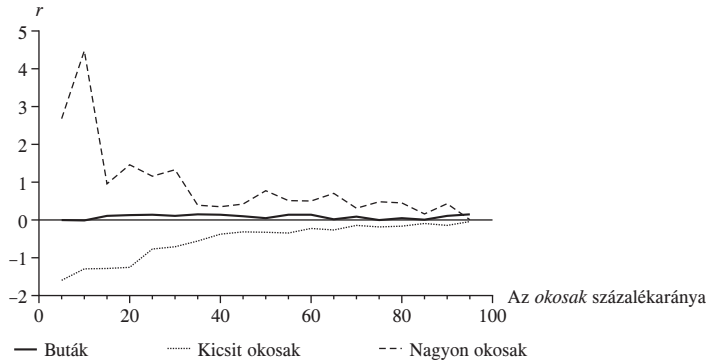
Az első igazi meglepetés akkor ér bennünket, ha tekintjük azt az esetet, amikor már két részvény be nem következéséről informáljuk a piac egy részét. Ennek eredménye látható a 4. ábrán. Az az érdekes, hogy a *kicsit okosak* (így nevezzük azokat, akik egy részvényről vannak informálva) nemcsak a *nagyon okosaknál* (tehát akik két részvény be nem következéséről tudnak), de még a *butáknál* is rosszabbul jártak.

Nézzük meg az egyes részvények piacát külön-külön! Tudjuk, hogy az első két részvényről adtunk ki információkat, a többiről (köztük a bekövetkező ötödikről) nem. Az egyszerűség kedvéért tekintsünk három szereplőt: egy *butát*, egy *kicsit okos*at, aki az első, valamint egy *nagyon okos*at, aki az első és a második részvény be nem következésében biztos.

Az első részvényt a *buta* 20-ra értékeli, míg a két *okos* 0-ra. Ezért ezen a piacon a *buta* vevőként, a két *okos* eladóként lép fel, amíg fokozatosan rá nem jön a *buta*, hogy tévedett (azaz le nem csökken az elsődleges valószínűsége 0-ra). Az eredmény a *buta* számára veszteség, az *okosak* számára nyereség. A második részvényt a *buta* megint csak 20-ra, a *kicsit okos* 25-re, a *nagyon okos* pedig 0-ra értékeli. Ez viszont azt jelenti, hogy ezen a piacon a *kicsit okos* mind a *butától*, mind a *nagyon okostól* vesz, a *buta* pedig csak a *nagyon okostól* vesz olyan részvényt, aminek 0 lesz a kifizetése.

4. ábra

Átlagos hozam (r) az *okosak* arányának függvényében (2-es okosság esetén)



Tehát a *kicsit okos* vesztesége onnan származik, hogy mind a *butától*, mind a *nagyon okostól* vesz ebből a részvényből, egészen addig, amíg a *nagyon okos* magabiztossága (nagy másodlagos valószínűsége) le nem nyomja az árfolyamot, valamint vele együtt a *buta* és a *kicsit okos* elsődleges valószínűségét. Ebben a felállásban a *buta* nem hogy veszteséget, hanem nyereséget könyvelhet el, hiszen a *nagyon okostól* megvett részvényt magasabb áron tovább adhatja a *kicsit okosnak*. Ezzel ellensúlyozza az első részvény piacán szerzett veszteségeket.

A többi részvény piacára nem kell nagy figyelmet fordítanunk. Ennek az az oka, hogy ott mindegyik résztvevő elsődleges valószínűsége gyorsan konvergál az árfolyamhoz, hiszen többlettudás híján a másodlagos valószínűségeik kicsik. Ebből az következik, hogy csak kevés ideig (és ezért csak kis volumenben) történik érdemi kereskedés ezeken a piacokon, ami nem sokat változtat a hozamokon.

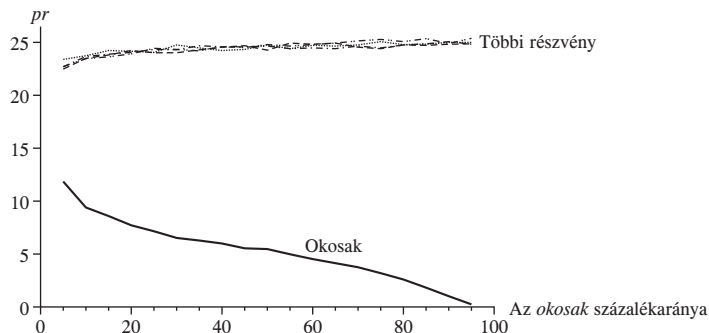
Egy ilyen kvalitatív elemzés persze nem veheti figyelembe az arányokat. Így nem derül ki belőle, hogy a *kicsit okosak* egyik piacon elért nyeresége és a másik piacon elért vesztesége közül melyik a nagyobb. A szimuláció azt mutatja, hogy az utóbbi a nagyobb. Ezek után nincs mit csodálkoznunk azon, hogy ha további részvényekről informáljuk a piacot, mindig csak a *legokosabbak* járnak jól, a *kevésbé okosak* beleesnek abba a hibába, hogy a releváns piacokon még a *butáknál* is butábbak (azaz többre értékelik a vesztes részvényeket).

Hatékonyság

Nézzük meg az *okosak* arányának függvényében az egyes részvények árfolyamát, ha csak az első részvényről áruljuk el az *okosoknak*, hogy nem fog bekövetkezni (5. ábra)! Jól látszik, hogy már alacsony aránynál is elkülönül az első és a többi részvény ára. És ahogy növeljük az *okosak* arányát, az első részvény egyre jobban közelít a 0-hoz, ami a bekövetkezési valószínűsége. A többi részvény ára azonban, mivel róluk nem adtunk információt a piacnak, nem a tényleges, hanem az AIA szerinti bekövetkezési valószínűséghez (azaz 25 százalékhoz) tart. Hasonlót tapasztalhatunk a többi *okossági* szint mellett: a vesztes részvények árfolyama alacsonyabb a győztesénél, és 0-hoz konvergál.

5. ábra

Részvények árfolyama (pr) az *okosok* arányának függvényében (1-es okosság esetén)



Szánszám

Az 5. ábrából még más következtetést is le lehet vonni. Még hozzá azt, hogy szélsőséges esetektől eltekintve (például amikor az *okosok* aránya 95 százalék), fellép a szánszám, azaz – legalábbis az AIA szerint – a győztes részvények alul-, a vesztesek pedig felülértékeltek.

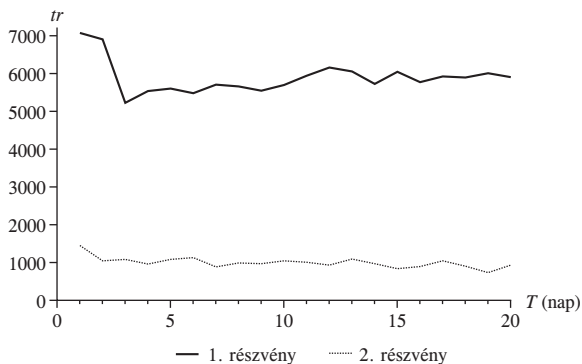
Likviditás

Már volt szó arról, hogy csak annak a részvénynek releváns a piaca, amelyikkel kapcsolatban információt közöltünk egyes játékosokkal. Ezt támasztja alá az is, ha megvizsgáljuk a hírtőzsde forgalmi adatait.

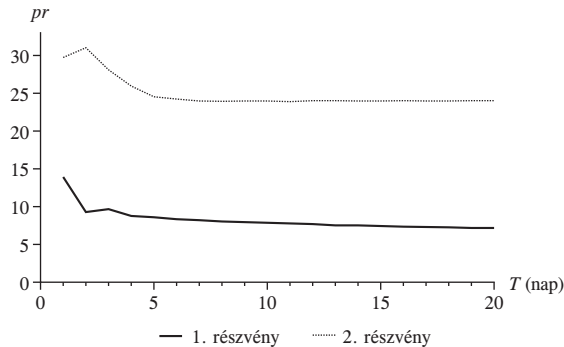
A 6. ábrán látható 1-es okosság és az *okosok* 25 százalékos aránya mellett az első két részvény piacán lezajlott tranzakciók száma az idő függvényében. Két dolgot olvashatunk le az ábráról. Az egyik, hogy az első részvény iránt sokkal nagyobb az érdeklődés, mint a második iránt. A másik pedig, hogy az első néhány napban kiugróan sok tranzak-

6. ábra

Tranzakciók száma (tr) az idő függvényében



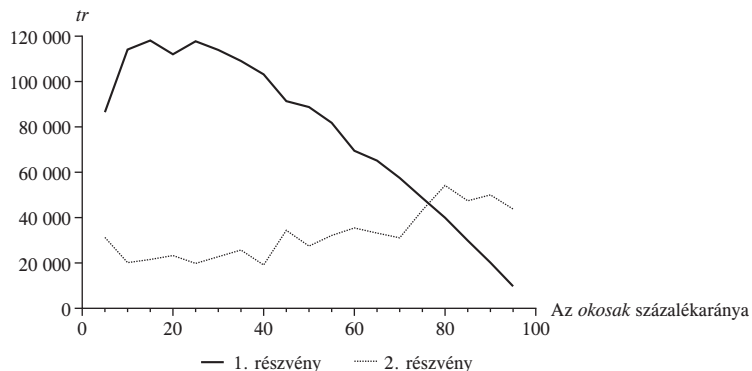
7. ábra

Részvények árfolyama (pr) az idő függvényében

ció történik. Azaz feltételezhetjük, hogy ez alatt zajlik le az árak konvergenciája. Ennek bizonyítására nézzük meg ugyanilyen beállításban a két részvény árfolyamát (7. ábra)! Valóban: jelentős változás csak első néhány napban történik.

És milyen összefüggés van a likviditás és az *okosak* aránya között? A 8. ábrán 1-es okosság mellett láthatjuk az első és a második részvény piacán lezajlott tranzakciók számát az *okosak* arányának függvényében. Mint már megállapítottuk, a likviditás nagy része az első részvény piacáról származik. Ahogy növeljük az *okosak* arányát, először nő az itt kötött tranzakciók száma is, hiszen az *okosak* egyre nagyobb extrakeresletet támasztanak a első ellenrészvény iránt. Egy idő után azonban csökkenni kezd a likviditás, aminek az lehet az oka, hogy egyre kevesebb *buta* van, aki ezt a keresletet hajlandó kielégíteni. Végül már csak *okosak* maradnak, akik nem hajlandók első részvényt venni, így – a zajtól eltekintve – nem is folyik kereskedelem ezen a piacon. Ahogy nő az *okosak* aránya, egyre kevesebb pénz áramlik az első részvény piacára, így egyre több marad a többire. Ez vezet ahhoz, hogy a második részvény piacán fokozatosan megnő a tranzakciók száma. Azért kisebb mértékű ez a növekedés, mint az első csökkenése, mert valójában négy részvény osztozik ezen a pénzbeáramlásban.

8. ábra

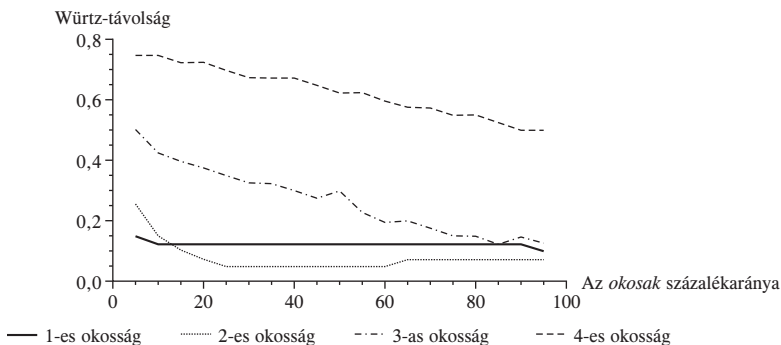
Tranzakciók száma (tr) az *okosak* arányának függvényében

Információaggregáció

Már csak egy kérdés maradt hátra: mennyire képes több bináris részvény esetén a hírtőzsde az elszórt információkat aggregálni, és ezzel előre jelezni a jövőt? Ennek megválaszolására ábrázoljuk a kereskedés végi árak eloszlásának és az AIA szerinti áreloszlás távolságát az *okosak* arányának függvényében (9. ábra).

9. ábra

Az áreloszlás AIA-tól vett távolsága az *okosak* arányának függvényében

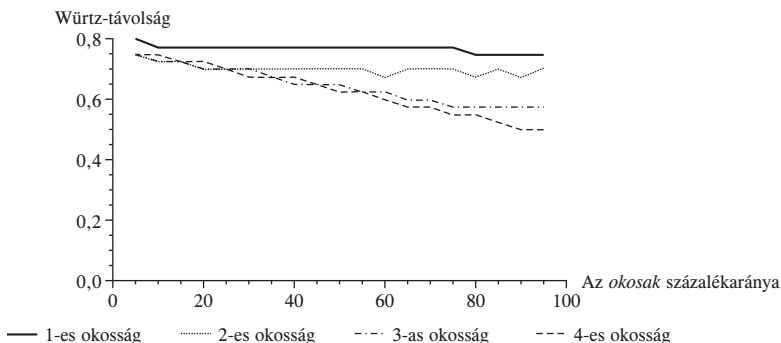


Mit állapíthatunk meg ebből az ábrából? Egyrészt – várakozásainknak megfelelően –, ahogy növeljük az *okosak* arányát, úgy csökken a távolság a piac jóslata és a várt szint között. Másrészt, ami talán furcsának hat, hogy az okossági szint növelésével viszont nő ez a távolság. Pedig azt gondolhatnánk, hogy ha több információt közlünk ugyanannyi emberrel, akkor az egész piac többet fog tudni. Csakhogy azt is figyelembe kell venni, hogy a 9. ábrán az AIA az összehasonlítási alap. És azzal, hogy növeljük az okossági szintet, ez egyre jobban eltér a piac kiinduló egyenletes áreloszlásától, és egyre jobban megközelíti a valóságot.

Hogy valóban ez az oka annak, hogy az okossági szint növelésével nő az AIA és a piaci jóslat közti távolság, azt legegyszerűbben azzal bizonyíthatjuk, ha ábrázoljuk a valóság és a piac közti távolságot (10. ábra). Az *okosak* arányának növelésével itt is csökken a távolság, azaz valóban javul a piac információaggregáló képessége. Viszont az

10. ábra

Az áreloszlás valóságtól vett távolsága az *okosak* arányának függvényében

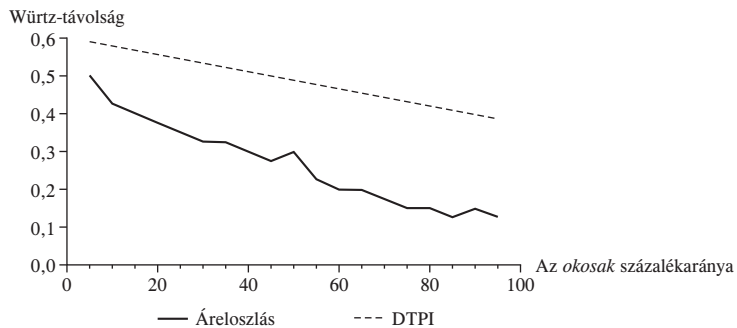


okossági szint változtatása csak a grafikon meredekségét befolyásolja, azaz azt, hogy egy százalék *okos* hozzáadásával mennyire csökken a piaci jóslat és a valóság távolsága.

Miként *Plott és szerzőtársai* [2003] írják, a piaci áreloszlás és a valóság távolsága érdekes szám, de önmagában nem túl kifejező. Hiszen fogalmunk sincs, hogy egy adott értéke soknak vagy kevésnek tekintendő. Hasonlítsuk tehát össze azzal a rendszerrel, amelyben minden piaci szereplő kereskedés nélkül megmondja, hogy melyik kimenetelre tippel (azaz melyik elsődleges valószínűsége a legnagyobb), és ezek átlaga adja a rendszer jóslatát (DTPI-rendszer – *Decision Theory Private Information*). Ahhoz, hogy ezt könnyebben össze tudjuk vetni a hírtőzsdénkkal, ábrázoljuk egy koordinátarendszerben a kettőt (11. ábra).

11. ábra

Az áreloszlás és a DTPI AIA-tól vett távolsága az *okosok* arányának függvényében, 3-as okossági szint mellett



Mit állapíthatunk meg ebből a grafikonból? Azt, hogy a hírtőzsde jobban teljesít, mint a DTPI szisztéma, azaz van értelme piacra vinni az emberek elszórt tudását, mivel az információk aggregációja bekövetkezik. Arról nem is beszélve, hogy bár a DTPI egy kézenfekvő összehasonlítási alap, a gyakorlati megvalósítása nem teljesen problémamentes. Elég, ha csak a közvélemény-kutatások egyik alapvető nehézségére, a választ megtagadókra gondolunk. A hírtőzsde viszont minden szereplőt arra készíttet, hogy felhasználja a rendelkezésére álló információkat, és így a viselkedésével közvetítse azokat a piac számára. A végeredmény pedig még egy elméleti DTPI-nél is hatékonyabb rendszer.

Eredmények egy arányos részvény esetére

Arbitrázsmentesség

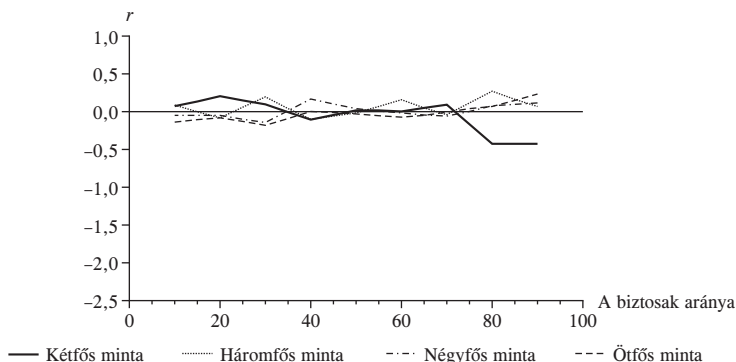
Kezdjük a vizsgálatot most is az arbitrázsmentességgel! Mivel induláskor a részvény árfolyama 50, ezért a piac viselkedése eltér az *igen* 50 százalék körüli, illetve ettől távoli aránya esetén. Az előbbinél ugyanis már nem nagyon történik konvergencia, míg az utóbbinál igen. Ennek alátámasztására nézzünk meg két esetet!

A 12. ábrán láthatjuk az átlagos hozamokat a biztosak arányának függvényében, ha 55 százalék az igenek aránya. Az embereket (és hozamaikat) a szerint különítettük el, hogy ki mekkora mintát kapott a kereskedés előtt. Mivel a mintaméret 2–5 fős volt, ezért 4 csoportot lehetett képezni.

Látható, hogy függetlenül a biztosak arányától, mind a 4 csoport nagyjából ugyanak-

12. ábra

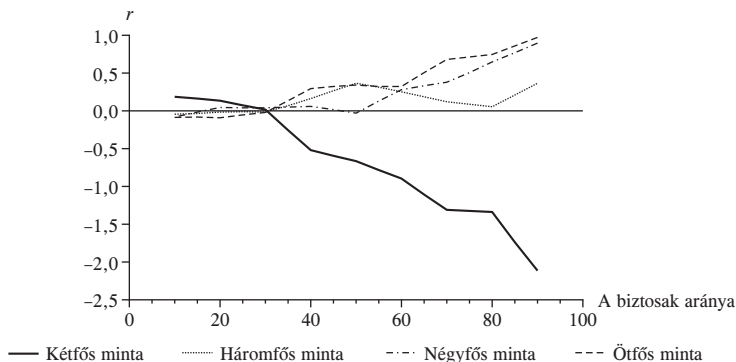
Átlagos hozamok a biztosak arányának függvényében, az igenek 55 százalékos aránya mellett



kora, alacsony hozamot ér el. Ez persze nem meglepő, hiszen az igenek aránya alig tér el a kiinduló állapottól, azaz kevés lehetőség van a többlettudás kiaknázására. Főleg akkor szembetűnő ez, ha megnézzük a 13. ábrát, ahol ugyancsak a hozamokat láthatjuk a biztosak arányának függvényében, az igenek 95 százalékos aránya mellett.

13. ábra

Átlagos hozamok a biztosak arányának függvényében, az igenek 95 százalékos aránya mellett



Az előző ábrával ellentétben itt már jól láthatóan elkülönülnek az egyes embercsoportok. Minél nagyobb mintája van egy játékosnak, azaz minél több pluszinformációval rendelkezik a többiekhez képest, annál nagyobb nyereséget tud elérni. Mivel a kereskedés zéróösszegű – azaz a szereplők csak egymás pénzét nyerhetik el a megkötött fogadásokon –, ezért az össznyereség nulla. Emiatt van az, hogy a kétfős mintával rendelkezők átlagos hozama negatív. A náluk jobban informáltak pedig az ő kárukra gazdagodnak meg különböző mértékben.

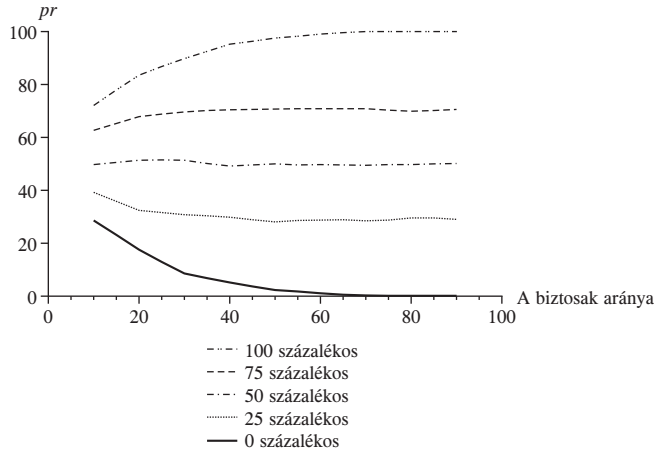
A másik tanulsága az ábrának, hogy a biztosak arányának növelésével egyre jobban elkülönülnek ezek a csoportok. Ennek az az oka, hogy a biztosak arányának növekedésével az egyes játékosok mintájába is egyre több biztos szavazó kerül. Csakhogy akinek kétfős minta jut, az maximum két biztos szavazó alapján következtet a teljes populációra, míg akinek öt, az öt alapján, ami lényegesen megbízhatóbb becslést jelent.

Hatékonyság

Térjünk most át a piac hatékonyságának vizsgálatára, azaz nézzük meg, hogy milyen mértékben épülnek be az ágensok információi az árba, és ez mitől függ. A 14. ábrán látható az árfolyam a biztosak arányának függvényében, az *igenek* 0, 25, 50, 75 és 100 százalékos aránya mellett.

14. ábra

Árfolyam a biztosak arányának függvényében, az *igenek* különböző arányai mellett



A grafikon igazán mintaszerű viselkedést mutat. Ahogy nő a biztosak aránya, úgy közelíti meg az árfolyam az *igenek* arányát, amit meg akartunk becsülni a hírtőzsdével. Az információk nagy része a biztosak 30 százalékos arányánál beépül, 50 százalék fölött pedig már szinte egyáltalán nincs változás.

Persze felmerülhet, hogy ha például 50 százalék a biztos szavazók aránya (ami hétköznapi körülmények közt alacsonynak számít), miért nem lép fel torzulás az árfolyamban, miközben a közvélemény-kutatók gyakran erre hivatkoznak téves előrejelzések esetén. Ennek egyrészt az az oka, hogy az itt alkalmazott piaci modellben függetlenül történik a biztosak és azon belül az *igenek* szavazók kisorsolása (ami a valóságban ritkán van így). Másrészt, a biztos szavazók – lévén, hogy itt nem közvélemény-kutatásról van szó – egyben biztos válaszadók is. Nem szabad tehát többnek gondolni a hírtőzsdét, mint ami.

Szánalom

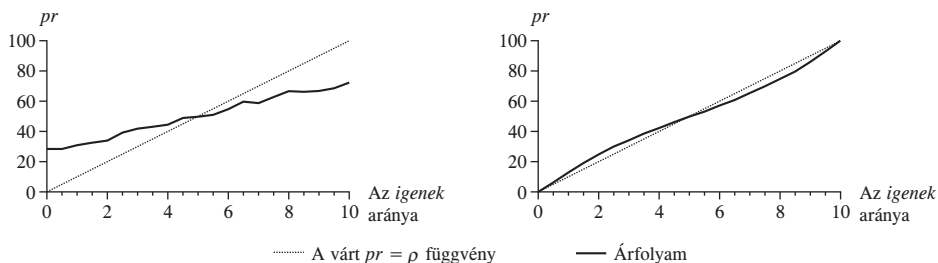
Ha már az árfolyam torzulásáról volt szó, vizsgáljuk meg alaposabban a kérdést. Ennek érdekében ábrázoljuk a árfolyamot az *igenek* arányának függvényében, a biztosak különböző arányai mellett (15. ábra).

Jól látható, hogy a biztosak magasabb arányánál az árfolyam egész közel kerül az *igenek* arányához, alacsonyabb arány esetén viszont kevésbé. Ami pedig közös a két esetben, az a szánalom. Hiszen mindkét grafikonon azt láthatjuk, hogy az *igenek* alacsony arányánál az árfolyam a várt szint fölött, magasnál viszont alatt van. Tehát a vesztes részvényt a piac túl-, a győztest alulértékeli.

Ezt a jelenséget elsősorban a $\pi(p)$ döntési súlyfüggvény szubbiztos (*subcertainty*)

15. ábra

Árfolyam az *igetek* arányának függvényében, a biztosak 10 százalékos (a) és 90 százalékos (b) aránya mellett



tulajdonsága okozhatja. Hiszen ez eredményezi, hogy az emberek a kis valószínűségeket túl-, a nagyokat alulértékelik. Csakhogy ne felejtjük el, hogy jelen esetben – vagyis egy bináris kifizetésű részvény mellett – a modelltől kiesett a döntési súlyfüggvény. Hogy ennek ellenére miért tapasztalunk szánalmat, azt csak további vizsgálat deríthetné ki.

Likviditás

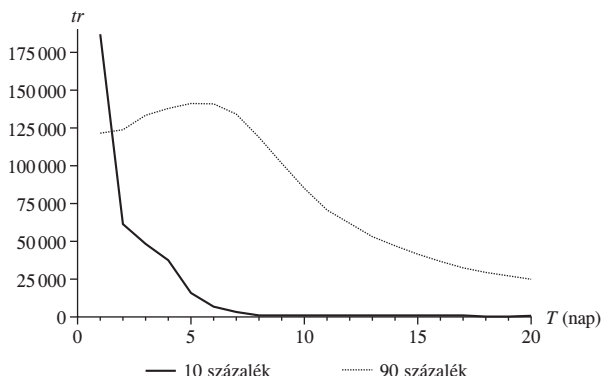
Nézzük most meg, hogy milyen összefüggés van a likviditás és a paraméterek között! Először az *igetek* 85 százalékos aránya mellett hasonlítsuk össze azt a két esetet, amikor 10, illetve 90 százalék a biztosak aránya. A 16. és a 17. ábrákon folytonos, illetve pontozott vonal jelöli ezeket. A tranzakciók száma az idő függvényében a 16. ábrán látható.

Mindkét esetben az idő múlásával csökken a tranzakciók száma, amiben nincs is semmi meglepő. Az azonban érdekes, hogy míg a biztosak 10 százalékos aránya mellett már a 7–8. nap környékén szinte megszűnik a kereskedés, addig 90 százaléknál jóval nagyobb mértékben egészen a lejáratig történnek még tranzakciók. A magyarázat egyszerű.

Mivel az ágensok másodlagos valószínűségét a mintájukba kerülő biztosak aránya határozza meg, a piachoz való igazodásuk sebességét pedig a másodlagos valószínűségük,

16. ábra

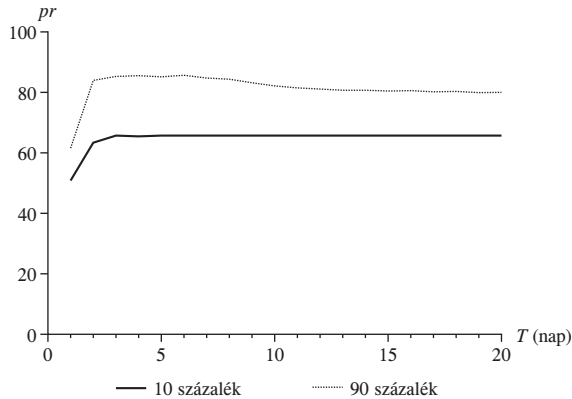
Tranzakciók száma az idő függvényében, a biztosak 10 és 90 százalékos aránya mellett



ezért minél nagyobb a biztosak aránya, annál lassabban konvergálnak egymáshoz és a piachoz. Ezt a konvergencia-sebességbeli különbséget mutatja a 17. ábra, amelyen az árfolyam látható az idő függvényében. Bár a konvergencia nagyrészt az első néhány napban lezajlik, a biztosak 90 százalékos aránya mellett még a 10–15. napig is eltart, míg 10 százaléknál teljesen megszűnik.

17. ábra

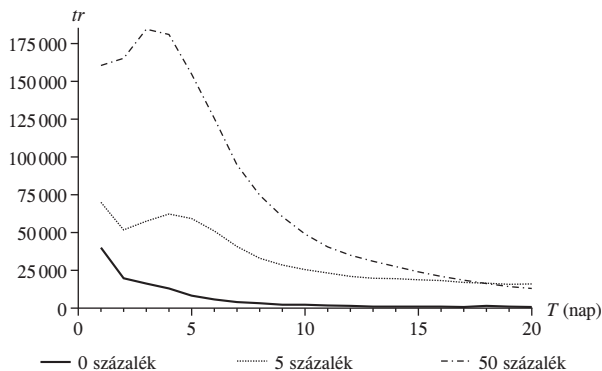
Árfolyam az idő függvényében, a biztosak 10 és 90 százalékos aránya mellett



Vajon függ-e a likviditás az ígének arányától? Elsőre azt gondolhatnánk, hogy nem, hiszen az ígének aránya csak azt határozza meg, hogy mennyi lesz a részvény kifizetése. Ez így is van, kivéve az ígének szélsőséges arányai mellett. Ha ugyanis az ígének aránya nagyon alacsony, akkor szinte alig van olyan játékos, aki hajlandó részvényt venni. És ez az alulkereslet nemcsak az árfolyamot nyomja le, hanem a likviditást is. A 18. ábrán figyelhetjük meg ezt a hatást.

18. ábra

Tranzakciók száma az idő függvényében, az ígének 0, 5 és 50 százalékos aránya mellett

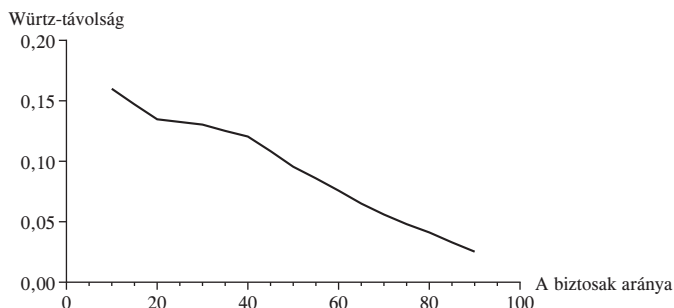


Információaggregáció

A szétszórt információk aggregálódásának mértékét ismét az áreloszlás (jelen esetben egyetlen ár) és az AIA szerinti eloszlás távolságával mérhetjük. A 19. ábrán az igen 90 százalékos aránya mellett látható ez a távolság a biztosak arányának függvényében. Az eddigiekkel teljesen összhangban azt tapasztaljuk, hogy a távolság fokozatosan csökken a biztosak arányának növelésével.

19. ábra

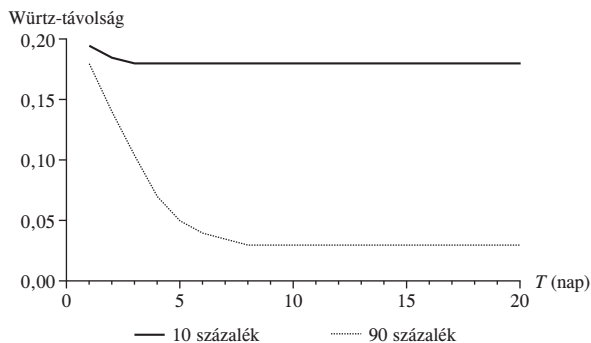
Az ár AIA-tól vett távolsága a biztosak arányának függvényében, az igen 90 százalékos aránya mellett



Ha az idő függvényében ábrázoljuk ezt a távolságot (20. ábra), egyrészt látható, hogy a csökkenés főleg a kereskedés kezdetekor van. Másrészt újból megállapíthatjuk, hogy a biztosak alacsony aránya mellett a konvergencia gyorsabb, de kisebb mértékű, mint a biztosak magas aránya mellett.

20. ábra

Az ár AIA-tól vett távolsága az idő függvényében, a biztosak 10 és 90 százalékos aránya mellett



Hátra van még a hírtőzsde DTPI-vel való összehasonlítása. Arányos részvény esetén azonban átlagosan a DTPI nem más, mint a valóság. Ugyanis a piaci szereplők mintái átlagosan mind a valóságot tükrözik, így az ezekből számított DTPI is. Ez viszont azt jelenti, hogy a DTPI és a valóság távolsága nulla, azaz nem lehet összevetni a hírtőzsdével. Aggodalomra azonban semmi ok. Egyrészt, mert a távolságnak nemcsak a mértéke,

hanem a paraméterektől való függése is fontos, amit meg tudunk vizsgálni. Másrészt, mert láthatuk, hogy az árfolyam elég jól megközelíti a várt értéket, ha csak nem túl alacsony a biztosak aránya, vagy nem túl rövid a rendelkezésre álló idő.

Összefoglalás

Kiindulási problémánk a hírtőzsde volt, amelynek legfontosabb tulajdonsága, hogy összesíti az emberek rendelkezésére álló, elszórt információkat, ezáltal alkalmas jövőbeli események előrejelzésére. A kérdés csak az, hogy miért, hogyan és milyen körülmények közt képes erre. Ennek megválaszolására felépítettünk egy modellt a hírtőzsdére, és egy másikat, amely a híripiaci szereplők gondolkodását és viselkedését írja le elsődleges és másodlagos valószínűségek segítségével.

A szimulációk és eredményeik legfőbb tanulságai a következők voltak:

- a hírtőzsde nem teljesen arbitrázsmentes;
- (ennek ellenére) az árak alapvetően alkalmasak az események előrejelzésére;
- általában tapasztalható szánalom;
- a piac hatékonysága függ a likviditásától, amit a paraméterek határoznak meg;
- és az információaggregáció mértéke viszonylag magas.

Ez azt jelenti, hogy a szimulációk egyrészt a Kahneman–Tversky-szerzőpáros elméletét erősítették meg, másrészt a hírtőzsde és a szereplők itt felépített modelljének érvényességét igazolták. Természetesen a modellt tovább lehet fejleszteni. Ennek egyik nyilvánvaló iránya a paraméterek identifikálása, azaz a valósághoz (például egy konkrét hírtőzsdéhez) való igazítása. Ehhez azonban megfelelően részletes adatokra van szükség.

A hírtőzsdék lényege, hogy hatékonyan gyűjtik össze az emberek birtokában lévő elszórt részinformációkat, és ezeket képesek aggregálni. Az interneten keresztül ma már könnyedén lehet ilyen piacokat nyitni, így szinte bármilyen témakörben használhatjuk ezeket előrejelzésre. Mindez azonban csak akkor működik, ha a hírtőzsdék kellően hatékonyak. Számos jelenség ismert, amely rontja ezt a hatékonyságot: a szánalom, a blöffölés (amikor valaki úgy kereskedik, hogy manipulálja az árfolyamokat), a késleltetés (amikor valaki csak várakozik, és figyelni a piacot, vagyis ideiglenesen eltitkolja a rendelkezésére álló információkat), a csordaszellem (amikor az emberek túlreagálják az árfolyamok változását, ezzel torzítva azokat). Ezek kiküszöbölése alapvető fontosságú. Az itt bemutatott modell alkalmas lehet arra, hogy a hatékonyság növelése érdekében módosított hírtőzsdéket vizsgálják vele.

Hivatkozások

- FOUNDATIONS OF BEHAVIORAL... [2002]: Foundations of Behavioral and Experimental Economics: Daniel Kahneman and Vernon Smith. Advanced information on the Prize in Economic Sciences 2002, The Royal Swedish Academy of Sciences, december 17.
- GROSS, D. [2003]: The Disaster Market: Can Wall Street figure out the cause of a space shuttle crash faster than NASA's experts? Slate, 2003. augusztus 8. <http://slate.msn.com/id/2086811/>
- HAYEK, F. A. VON [1945]: A tudás társadalmi hasznosítása. Megjelent: *Madarász Aladár* (szerk.): Piac és szabadság. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1995, 241–252. o.
- HAYEK, F. A. VON [1968]: A verseny mint felfedező folyamat. Megjelent: *Madarász Aladár* (szerk.): Piac és szabadság. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1995, 302–311. o.

- HAYEK, F. A. VON [1974]: A tudás látszata. Megjelent: *Madarász Aladár* (szerk.): *Piac és szabadság. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1995, 312–321. o.*
- HODGES, S. D.–TOMPKINS, R. G.–ZIEMBA, W. T. [2002]: The Favorite-Longshot Bias in S&P 500 and FTSE 100 Index Futures Options: The Return to Bets and the Cost of Insurance. EFA 2003 Annual Conference Paper, No. 135.
- KAHNEMAN, D.–TVERSKY, A. [1979]: Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, Vol. 47. No. 2. március, 263–292. o.
- KLARREICH, E. [2003]: Best Guess: Economists explore betting markets as prediction tools. *Science News*, Vol. 164. No. 16. 2003. október 18. 251. o.
- NINCS TÖBB TERRORFOGADÁS ... [2003]: Nincs több terrorfogadás. A Pentagon felhagy a programmal. *Magyar Hírlap*, július 29.
- PENNOCK, D. M.–LAWRENCE, S.–GILES, C. L.–NIELSEN, F. A. [2000]: The Power of Play: Efficiency and Forecast Accuracy in Web Market Games. Technical Report 2000-168, NEC Research Institute.
- PLOTT, C. R.–WIT, J.–YANG, W. C. [2003]: Parimutuel betting markets as information aggregation devices: experimental results. *Economic Theory*, 22. 311–351. o.
- PREDICTION MARKET [2004]: Prediction market. Wikipedia, The Free Encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Prediction_market.
- SUROWIECKI, J. [2003]: Decisions, decisions. *The New Yorker*, március 24.
- TVERSKY, A.–KAHNEMAN, D. [1971]: Belief in the Law of Small Numbers. *Psychological Bulletin*, 1971. Vol. 76. No. 2. 105–110. o.
- VARIAN, H. R. [2003]: A Good Idea With Bad Press. *The New York Times*, július 31.
- WÜRTZ, A. H. [1997]: A Universal Upper Bound on Power Functions. UNSW Discussion Paper 97/17. University of New South Wales, Sydney, Australia.